www.touslesconcours.info WWW.Ornipreparation.com

ENSPT AOUT 2009

EXERCICE 1:(5,5 pts)

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication, peuvent apparaitre deux types de défauts, désignées par les lettres a et b. 2% des montres fabriquées présentent le défaut a et 10% le défaut b.

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les évènements suivants : A:« la montre tirée présente le défaut a»;

B:« la montre tirée présente le défaut b»;

C:« la montre tirée ne présente aucun des deux défauts »;

D:« la montre tirée présente un et un seul des deux défauts ».

On suppose que les événements A et B sont indépendants (rappel : $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$)

1) a) Justifier que les événements : $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants. Trouver $P(\overline{A})$ et $P(\overline{B})$.

b) Montrer que la probabilité de l'événement C est $P(C) = 0,882$.

2) on considère l'événement $F= A\cap B$. Les événements F et C sont-ils incompatibles ?

Calculer $P(\overline{D})$ et déduire $P(D)$.

3) Au cours de la fabrication on prélève au hasard successivement cinq montres. On admet que le nombre de montres fabriquées est assez grand pour que l'on puisse supposer que les tirages se font avec remise et remise et sont indépendants. On note X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement de cinq montres, associe le nombre de montres ne présentant aucun des défauts a et b.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Trouver l'Esperance mathématique de X et l'écart type de X.

c) Trouver la probabilité de l'événement E:« au moins un des cinq montres ne présente aucun défaut ».

EXERCICE 2 : (5,5 pts)

I. 1) écrire le nombre complexe 8i sous forme exponentielle. (0,5 pt)

2) En déduire la résolution dans C de l'équation $z^3=8i$. On trouvera les solutions sous forme exponentielle et

www.touslesconcours.info
WWW.Orniprepararation.com

sous forme algébrique. (1,5pt)

II. Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct (o, e_1, e_2). On considère les points A; B et C d'affixes respectifs $Z_A=\sqrt{3}+i$; $Z_B= -\sqrt{3}+i$ et $Z_C= -2i$

1) Trouver le module et un argument du nombre complexe $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$. En déduire la nature précise du triangle A B C. faire une figure.

2) On note E le milieu du segment [AB]. Soit S la similitude directe dont le point B est invariant et S transforme le point E en C.

a) Trouver les éléments caractéristiques de s. (0,75pt)

b) Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe S. (O,5pt) 3) Soit r la rotation du plan qui transforme A en B et B en C.

a) Trouver le centre et l'angle de r. (O,5pt)

b) Trouver l'expression analytique de r. (on trouve d'abord l'écriture complexe de r). (0,75pt)

PROBLEME :

Partie A : on considère l'équation différentielle (E) : y''+2y'+y =0

1) Résoudre l'équation différentielle (E). (0,75pt)

2) Le plan est muni d'un repère orthonormé (0 ; i ; j).on note g la solution de équation différentielle (E) donc la courbe représentative passe par le point A(0 ;3) et admet au point A(0 ;3) une tangente perpendiculaire à la première bissectrice.

Trouver g'(0) et donner g(0). En déduire explicitement g(x). (1,25pt)

Partie B :

On considère la fonction numérique de variable réelle f définie par f(x) =(2x+3)e^{-x} on note © la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (o ; i ; j). Unité : 1cm

1) Etudier les variations de la fonction f.

2) Montrer que la courbe admet un point d'inflexion I dont on donnera les coordonnées. Trouver l'équation de la droite (T) tangente à © au point I

3) Calculer $lim \frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers -∞et interpréter graphiquement le résultat..

4) Représenter (c)

5) Soit un nombre réel strictement positif. On considère A() l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par

TELECOM-PREPA www.touslesconcours.info www.Orniprepararation.com

www.tousesconcours.info
WWW.Ornipreparation.com

l'axe des ordonnées ;la droite d' équation x= et la courbe © de la fonction f.Exprimer A() en fonction de ?(on pourra utiliser une intégration parparties). Trouver ensuite la limite de A(?) quand tend vers $+\infty$.

6) On considère la suite numérique (Un) définie par $U_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$avec n entier naturel.

a) Trouver U_o (on pourra utiliser la question 5 ci-dessus).

b) Justifier que pour tous les entiers naturels n, $f(n+l) \leq Un \leq f(n)$.

c) Justifier que la suite (Un) est décroissante et convergente. Trouver sa limite.

d) On pose $Sn=U_o+U_1+U_2+$ .... U_{n-1} avec n entier naturel non nul. Exprimer Sn enfonction de n et trouver sa limite quand n tend vers $+\infty$. (0,75pt)

TELECOM-PREPA
www.tousesconcours.info
www.Ornipreparation.com