

Exercice I : Cet exercice comporte trois parties A, B, C qui sont dépendantes.

On considère la fonction f de la variable réelle non nul x telle que $f(x) = \frac{x^2+7}{2x}$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan (prendre 1cm comme unité de longueur sur les axes).

Partie A

- 1) a) vérifier que la fonction f est impaire
- b) Etudier f sur $]0 + \infty[$ et dresser le tableau de variation
- 2) a) vérifier que (C) admet une asymptote oblique que l'on notera (Δ) puis une asymptote verticale.
b) préciser la position de (C) par rapport à (Δ) sur $]0 + \infty[$
- 3) Tracer (C) après avoir précisé son centre de symétrie.

Partie B

Soit λ un réel tel que $0 < \lambda \leq 1$ on note (D) la partie du plan limitée par les droites d'équation $x = \lambda$, $x = 1$ la droite Δ et la courbe (C); on note aussi a_λ l'aire de (D) en cm^2 et en fonction de λ

- 1) a) calculer la valeur exacte de a_λ
b) déterminer la limite de a_λ lorsque λ tend vers 0 à droite
- 2) On note λ_0 la valeur de λ lorsque $a_\lambda = \frac{7}{2}$
 - a) Calculer λ_0 ;
 - b) Sachant que $2,718 < e < 2,719$, en déduire une valeur approchée de λ_0 et en indiquer la précision.

Partie C

Dans cette partie on considère la suite (U_n) définie par
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

- 1) a) utiliser (C) pour représenter les premiers termes de (U_n)
b) Faire une conjecture sur le sens e variation de (U_n)
- 2) Les démonstrations de cette question se feront par récurrence sur n , on pourra utiliser les propriétés de la fonction f .
 - a) Démontrer que la suite (U_n) est à termes strictement positifs
 - b) Démontrer que la suite (U_n) est minorée par $\sqrt{7}$
 - c) Démontrer la conjecture de 1.b
- 3) Déterminer la limite de (U_n) en précisant votre démarche.

EXERCICE II

On considère dans \mathbb{C} l'équation $Z^3 - \lambda(1+i)Z^2 + i\lambda^2Z = 0$ (1) où λ est un paramètre complexe non nul.

- 1) Résoudre l'équation (1)
- 2) Montrer que les images dans le plan complexe, d es racines de (1) sont les sommets d'un triangle rectangle isocèle dont on précisera le sommet.
- 3) Déterminer λ pour que l'équation (1) admette $1 + i$ comme racine – résoudre (1) dans chacun des cas trouvés.

Exercice III

(A) Une dame ANNE a une chance sur quatre d'accoucher une fille après une grossesse ; sachant que Mme ANNE a eu 6 grossesse, quelle est la probabilité qu'elle possède 2 filles après ces six accouchements ?

(B) Le tableau ci-après donne pour 6 ans, les montants x des frais de publicité d'une entreprise et y son chiffre d'affaire estimé en millions de francs.

X_i	5,8	4	6,4	4,6	5,2	7
y_i	128	102	108	116	118	142

- 1) Représenter le nuage de points de cette série statistique, déterminer le point moyen G et le représenter.
- 2) a) calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série
b) le résultat obtenu permet-il d'envisager un ajustement linéaire ?
- 3) a) déterminer la droite de régression de y en x et la tracer dans le nuage des points
b) En déduire une estimation du budget de publicité à prévoir si on désire réaliser un chiffre d'affaire de 200 millions de francs.