MINESEC	Année scolaire :2015-2016
LYCEE BILINGUE DE MIMBOMAN	Classe : T^{le}D Durée :4 Heures
Département de Mathématiques	BACCALAUREAT BLANC Coef : 04

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXAMINATEUR :M.MEZINDJOU TAMEKO

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires, indépendants et sur deux pages. La qualité de la rédaction, les justifications données aux réponses et le soin apporté à la construction des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat

EXERCICE I *(Nombres complexes) :4,75points*

On considère dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation :

(E) : $z^3 - (1 - 2sin\alpha)z^2 + (1 - 2sin\alpha)z - 1 = 0$ *avec* $\alpha \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right]$.

A)1) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_o. 0,5pt

2) déterminer deux réels a et b tels que :

$z^3 - (1 - 2sin\alpha)z^2 + (1 - 2sin\alpha)z - 1 = (z - z_o)(z^2 + az + b)$ 0,75pt

3) En déduire les solutions de (E) dans $\mathbb{C}$. 0,75pt

4) Calculer le module et un argument de chacune des solutions. 0,75pt

B) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives z_1 *et* z_2 où z_1 *et* z_2 sont les solutions de (E) non réelles telles que $Im\,(z_1) > Im\,(z_2)$

1) Déterminer la valeur de α pour laquelle les points A, O *et* B sont alignés. 0,75pt

2) Pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$, déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application du plan dans lui-même qui transforme O *en* A et laisse le point I d'affixe $-z_C$ **1,25pt**

EXERCICE II *(Probabilités) :5,25points*

On dispose d'un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On désigne par p_k la probabilité d'obtenir, lors d'un lancer, la face numérotée k (k est un entier et $1 \leq k \leq 6$). Ce dé a été pipé de telle sorte que : ***les 6 faces ne sont pas équiprobables ; les nombres p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 dans cet ordre sont six termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r ; les nombres p_1, p_2 et p_4 dans cet ordre sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique.***

1) Démontrer que : $p_k = \frac{k}{21}$ pour tout entier k tel que $1 \leq k \leq 6$ 1,25pt

2) On lance ce dé une fois et on considère les évènements suivants : A : « le nombre obtenu est pair », B : « le nombre obtenu est supérieur ou égal à 3 », C : « le nombre obtenu est 3 ou 4 ».

   a) Calculer la probabilité de chacun de ces évènements **0,75pt**

   b) Calculer la probabilité que le nombre obtenu soit supérieur à 3, sachant qu'il est pair. 0,5pt

   c) Les évènements A et B sont-ils indépendants ? les évènements A et C sont-ils indépendants ? **1pt**

3) On utilise ce dé pour un jeu. On dispose d'une urne U_1 contenant une boule blanche et trois boules noires, d'une urne U_2 contenant deux boules blanches et une boule noire. Le joueur lance le dé : s'il obtient un nombre pair, il extrait au hasard une boule de l'urne U_1 ; sinon il extrait une boule de l'urne U_2. On suppose que les tirages sont équiprobables et le joueur est déclaré gagnant lorsqu'il tire une boule blanche, on note G son évènement.

   a) Déterminer la probabilité de l'évènement $G \cap A$, puis la probabilité de l'évènement G **1pt**

   b) Le joueur est gagnant. Déterminer la probabilité qu'il ait obtenu un nombre pair lors du lancer du dé. **0,75pt**

PROBLEME : *10 points*

Partie A : *Etude d'une fonction auxiliaire :(2 points)*

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x(1-x)+1$

1) Etudier le sens de variation de g **0,5pt**
2) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[1,27; 1,28]$; on note cette α solution. **0,5pt**
3) Déterminer le signe de $g(x)$ sur $]-\infty; 0[$.
   Justifier que $g(x) > 0$ $sur [0; \alpha[$ et $g(x) < 0$ sur $]\alpha; +\infty[$. **1pt**

Partie B : *Etude de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{e^x+1} + 2$: (4,25points)*

On désigne par (Cf) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$; unité graphique $1cm$ sur l'axe des abscisses et $2cm$ sur l'axe des ordonnées.

1) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat. **0,5pt**
2) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$ **0,25pt**
   b) Démontrer due la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à (Cf) **0,5pt**
   c) Etudier la position de (Cf) par rapport à $(\mathcal{D})$. **0,5pt**
3) a) Montrer que la fonction dérivée de f a même signe que la fonction g étudiée dans la partie A **0,5pt**
   b) Montrer qu'il existe deux entiers p et q tels que $f(\alpha) = p\alpha + q$. **0,5pt**
   c) Dresser le tableau de variation de la fonction f **0,5pt**
4) Tracer la courbe (Cf) dans le repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ avec ses asymptotes et sa tangente au point d'abscisse α **1pt**

PARTIE C *Encadrement d'aires : (3,75 points)*

Pour tout entier naturel n, tel que $n \geq 2$, on note D_n l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan, dont les coordonnées vérifient $2 \leq x \leq n$ et $2 \leq y \leq f(x)$ et on appelle $\mathcal{A}_n$ son aire, exprimée en unités d'aire.

1) Faire apparaitre D_5 sur la figure. **0,5pt**
2) Démontrer que pour tout x, tel que $x \geq 2$, on a : $\frac{7}{8}xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x+1} \leq xe^{-x}$ **0,75pt**
3) On pose $I_n = \int_2^n xe^{-x}dx$. A l'aide d'une intégration par partie, calculer I_n en fonction de n. **0,75pt**
4) Ecrire un encadrement de $\mathcal{A}_n$ en fonction de I_n **0,5pt**
5) On admet que $\mathcal{A}_n$ admet une limite lorsque n tend vers $+\infty$.
   a) Déterminer la limite de I_n lorsque n tend vers $+\infty$.. **0,5pt**
   b) Que peut-on en déduire pour la limite de $\mathcal{A}_n$ lorsque n tend vers $+\infty$ **0,25pt**
   c) Donner une interprétation géométrique de ce dernier résultat. **0,5pt**

LE LYCEE BILINGUE DE MIMBOMAN ET SON DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES SOUHAITENT BONNE CHANCE A TOUS LES CANDIDATS DU BACCALAUREAT.