

COLLÈGE F-X. VOGT	www.ornipreparation.com	Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	MINI SESSION	Situation Scolaire N°4 Date : 01 ; 02 et 03 Février 2022
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : Tle D et Tle TI	Durée : 04 heures	Coef: 4

PARTIE A : QCM À CHOIX MULTIPLES (5 Questions - 15 Points)

Exercice 1 : 04,5 Points

Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, choisir la bonne et l'écrire sur votre feuille de composition. 1,5pt×3 = 4,5pts

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C										
1	Pour tout entier naturel n , On pose $S_n = (1+i)^n + (1-i)^n$. Alors :	S_n est un nombre réel pour tout n .	$S_n = 0$ pour tout $n = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}$.	$S_n = 1 + ni + 1 - ni = 2$										
2	La droite de régression de la série double (x_i, y_i) suivante est : $y = 0,5x + 1$. Alors :	$\alpha = 2$	$\alpha = 1,3$	$\alpha = 1,4$										
	<table border="1"> <tr> <td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y_i</td><td>1,8</td><td>α</td><td>2,6</td><td>3,3</td></tr> </table>	x_i	1	2	3	4	y_i	1,8	α	2,6	3,3			
x_i	1	2	3	4										
y_i	1,8	α	2,6	3,3										
3	Je souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Ne disposant que de deux bidons (non gradués), l'un de 5 litres et l'autre de 3 litres, quel est le nombre minimal d'étapes pour m'en sortir ?	5	6	7										

Exercice 2 : 14 Points

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Trois nombres complexes z_1, z_2 et z_3 ont pour produit -8 . Leurs arguments respectifs θ_1, θ_2 et θ_3 sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{6}$ et leurs modules respectifs r_1, r_2 et r_3 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$.

- 1- Montrer que $r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = 8$ et $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = (2k + 1)\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$. 1pt
- 2- Déterminer r_1, r_2 et r_3 . 2pts
- 3- Sachant que $\theta_1 \in [0; \frac{\pi}{2}]$, déterminer θ_1, θ_2 et θ_3 . 2pts

Partie B : On considère les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{6} + i\sqrt{2}}{2}$ et $u = 1 - i$ et $v = 8\sqrt{2}(-1 - i)$.

- 1- Linéariser $\cos^4 x$. 2pts
- 2- Déterminer les racines 4-ièmes de v sous forme trigonométrique. 2pts
- 3- Donner la forme trigonométrique de z_1 et u . 2pts
- 4- On pose $z = \frac{z_1}{u}$.
 - a) Donner la forme algébrique de z . 1pt
 - b) Donner la forme trigonométrique de z . 1pt
 - c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$. 1pt

Exercice 3 : 12,5 Points

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} - 1$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique : 2cm sur les axes.

- 1- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. 1pt
- 2- Etudier le sens de variations de f et dresser son tableau de variation. 2pts
- 3- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0. 1pt
- 4- a) Vérifier que $f(x) - x = -(x+1) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$. 1pt
 b) Etudier la position de (T) par rapport à (C) . 1pt
- 5- Tracer (T) et (C) . 2,5pts
- 6- On définit par (u_n) la suite tel que $-1 < u_0 < 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.
 a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $-1 < u_n < 0$. 1pt
 b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} \leq u_n$. 1pt
 c) Prouver que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite. 2pts

PARTIE II : EVALUATION DES COMPETENCES

09 POINTS

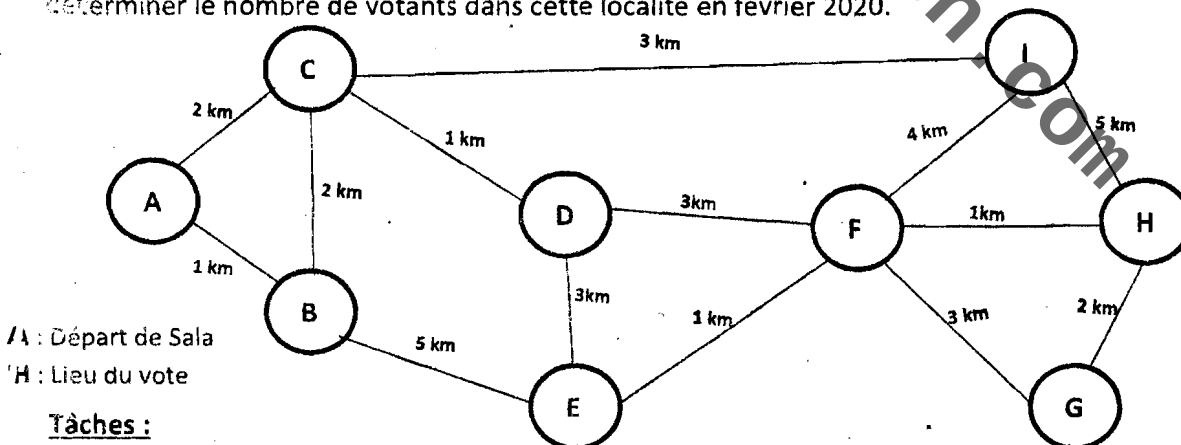
Situation :

En février 2014, la population électorale d'une localité était de 20000 électeurs. Depuis cette période, chaque année cette population augmente de 5% et de plus 1000 nouveaux électeurs supplémentaires viennent s'y établir définitivement.

Pour sa campagne en vue des élections de février 2020, Mbono a fait appel à un artisan pour réaliser une portion de dessin d'art sur le pagne à distribuer à ses militants. Il réalise alors son dessin dans un espace carré à l'aide de la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0; 1]$ par $f(x) = \sqrt{x}$, de sa réciproque f^{-1} , puis réalise leurs symétriques par rapport aux axes de coordonnées et à l'origine du repère. (Unité graphique : 4cm pour 1)

Le jour des élections, le vieux Sala doit partir de chez lui pour son bureau de vote. Il peut passer par plusieurs quartiers avant d'atteindre ce lieu. Son fils a déterminé le plus court chemin pour lui éviter trop de fatigue. Le graphe ci-dessous nous donne les différentes pistes possibles et les distances en kilomètres séparant deux quartiers.

Aux élections de février 2020 dernier, le taux d'abstention était de 20%. Owono souhaite déterminer le nombre de votants dans cette localité en février 2020.



- 1- Présenter la maquette réalisée par l'artisan à Mbono. 3pts
- 2- Aider Owono à retrouver le nombre de votants en 2020. 3pts
- 3- A l'aide de l'algorithme de Dijkstra, retrouver le chemin emprunté par Sala pour aller voter. 3pts